

ESTUDO PARAMÉTRICO DA FORMAÇÃO DA SUPERFÍCIE BASAL DE RUPTURA EM TOMBAMENTO FLEXURAL

Pedro Henrique Criscolo Parrela Câmara
Secretaria de Estado de Meio Ambiente e Desenvolvimento Sustentável (SEMAD)
pedro.criscolo@gmail.com

Milene Sabino Lana
Universidade Federal de Ouro Preto

Rodrigo Peluci de Figueiredo
Universidade Federal de Ouro Preto

RESUMO

O tombamento flexural é um tipo de ruptura comum em taludes de mina escavados em rochas foliadas no Quadrilátero Ferrífero, Minas Gerais. Apesar da existência de muitos estudos prévios publicados, a posição e o desenvolvimento da superfície basal de ruptura ainda é uma questão aberta, mas de grande importância para entender o mecanismo. Este estudo visa investigar o desenvolvimento e posição dessa superfície por meio de análises paramétricas das variáveis envolvidas. Simulações usando elementos finitos e uma abordagem analítica foram utilizadas. Os resultados mostraram que a ruptura da rocha na superfície basal ocorre por tração ou cisalhamento e que sempre começa no pé do talude. Por meio de abordagem analítica, a posição da superfície basal de ruptura foi investigada pelo cálculo da altura de cada coluna de rocha envolvida no tombamento flexural.

Palavras-chave: tombamento flexural, superfície basal de ruptura, elementos finitos, abordagem analítica.

ABSTRACT

Flexural toppling is a common failure in mine slopes excavated in foliated rocks at the Quadrilátero Ferrífero, in Minas Gerais. Despite the existence of many previous published works involving toppling failure, the position and development of basal failure surface is an open question, but quite important to understand the mechanism. This study aimed to investigate the development and position of the basal failure surface of flexural toppling through parametric analyses of variables involved. Finite element simulations and an analytical approach developed in this work were used. The results showed that the rock failure in basal surface occurs either by tension or by shear and always starts on the slope foot. Through the analytical procedure the position of the basal failure surface was investigated by calculating the failure column height of each rock toppling column.

Keywords: flexural toppling, basal failure surface, finite element, analytical approach.

INTRODUÇÃO

O tombamento flexural é um modo de ruptura que ocorre em um conjunto de descontinuidades paralelas persistentes que mergulham acentuadamente na direção contrária ao mergulho do talude. Essas descontinuidades formam colunas contínuas e bem desenvolvidas, que se quebram ao se flexionarem para fora do talude. Sua ocorrência é mais comum em rochas sedimentares devido à presença de acamamentos, e em rochas metamórficas devido à xistosidade e foliação.

Um dos métodos mais empregados na análise da estabilidade de taludes é o equilíbrio limite. Ele exige o conhecimento prévio da localização e forma da superfície de ruptura, considera que os elementos do modelo não se deformam e que a ruptura ocorra ou possa ser aproximada por um evento instantâneo. Como no tombamento flexural pode haver significativa deformação das colunas formadas pelas descontinuidades, os métodos de equilíbrio limite não são os mais adequados para representar esse mecanismo. Apesar de suas limitações, são métodos importantes devido à simplicidade da sua aplicação.

Uma das primeiras formulações analíticas para estudo do tombamento foi proposta por Goodman & Bray [1], empregando um método de equilíbrio limite que envolve a solução de equações de equilíbrio para tombamento de blocos. É um modelo bem simples que consiste numa série de blocos retangulares rígidos formados pelas descontinuidades, dispostos lado a lado, acima de uma superfície basal escalonada. O procedimento para análise de estabilidade é iniciado no topo do talude. Determina-se para cada bloco o valor da força necessária para estabilizar os blocos sucessivamente até o pé do talude e, caso o último bloco precise de uma força externa para ser estável, todo o talude é considerado instável.

Aydan & Kawamoto [2] propuseram um modelo analítico para o tombamento flexural, com base no equilíbrio de barras, utilizando princípios clássicos da teoria da elasticidade, no qual as colunas rochosas agem como vigas engastadas sujeitas à flexão. Os autores consideraram que a máxima resistência que uma coluna pode oferecer a um carregamento é aquela que inicia uma fratura, ou seja, aquela que iguala a tensão na base da coluna à resistência à tração da rocha. Calculando a força de reação das colunas inferiores às colunas imediatamente acima, os autores usaram o mesmo método proposto por [1] para examinar a estabilidade do conjunto de blocos.

Adhikary *et al.* [3], [4] estudaram o mecanismo de tombamento flexural utilizando modelos em escala reduzida numa centrífuga. Dois tipos de materiais foram utilizados para construção dos modelos: uma mistura de areia e cimento de comportamento frágil e uma mistura de fibrocimento de comportamento dúctil. A superfície de ruptura observada nos modelos se originou no pé do talude, era plana e fez um ângulo de 12° a 20° acima da normal às descontinuidades. Adhikary *et al.* [3] usaram o procedimento proposto em [2] para analisar seu modelo, após calibração, e propuseram diagramas para predição da estabilidade do talude.

Os métodos numéricos são os mais apropriados para o estudo de tombamento flexural, já que não exigem o conhecimento prévio da superfície de ruptura e são capazes de capturar deformações, mas têm as desvantagens na dificuldade de aplicação, relacionadas à complexidade da modelagem, problemas de convergência e dificuldade de obtenção dos dados de entrada.

Métodos numéricos disponíveis para estudo do tombamento flexural são diferenças finitas, elementos finitos e elementos discretos. Apesar do método de elementos discretos ter sido desenvolvido para modelagem de problemas em meios descontínuos, o método dos elementos finitos tem sido aplicado por alguns autores no estudo do tombamento flexural, como em [5], [6] e [7].

Sjöberg [8] aplicou o método das diferenças finitas para estudo do tombamento flexural em taludes altos, usando um modelo de juntas ubíquas. Apesar de ser um modelo contínuo, os resultados foram satisfatórios. O autor observou duas possíveis formas para a superfície basal de ruptura: planar no caso de ruptura por tração e curva no caso de ruptura por cisalhamento.

Scholtès & Donzé [9] usaram um modelo 3D de elementos discretos para estudo de tombamento flexural. Seu estudo mostrou que descontinuidades com altos valores de mergulho levam à ocorrência de ruptura por tração na superfície basal e que a ruptura por cisalhamento ocorre com descontinuidades de menor mergulho.

Neste trabalho, a formação da superfície basal de ruptura em tombamento flexural foi estudada por meio do método de elementos finitos e de uma adaptação do método analítico proposto por [2]. As descontinuidades foram incluídas de forma explícita no modelo por intermédio de elementos de juntas. A forma e a posição da superfície basal de ruptura foram investigadas. Além disso, o início e propagação da ruptura nessa superfície foram estudados. A validação do modelo numérico foi feita usando os resultados do ensaio com modelo físico em escala reduzida proposto por [3].

METODOLOGIA

Duas abordagens para estudo do mecanismo de tombamento flexural foram utilizadas neste trabalho: a modelagem numérica por elementos finitos, usando o RS2, da Rocscience [10], e uma abordagem analítica baseada na proposta de [2].

Os aspectos relativos à superfície basal de ruptura no tombamento flexural estudados neste trabalho por meio do modelo numérico compreendem:

- Ocorrência de ruptura por tração ou cisalhamento da rocha;
- Ângulo da superfície basal com as descontinuidades;
- Início, posição e forma da superfície (plana ou curva);
- Variáveis com maior influência.

A influência das variáveis no desenvolvimento da superfície basal de ruptura foi investigada no modelo analítico por meio de análises paramétricas com os seguintes valores:

- Ângulo de atrito das descontinuidades – 0°, 10°, 15°, 20°, 22°, 25° e 30°.
- Ângulo de mergulho das descontinuidades – 60°, 65°, 70°, 75° e 80°.
- Espessura das camadas – 5 mm, 10 mm, 50 mm, 10 cm e 50 cm.
- Resistência à tração da rocha intacta – 100 kN, 280 kN, 500 kN, 1000 kN e 2000 kN.

Previamente aos testes, foi realizada no RS2 uma simulação de um ensaio real em centrífuga para verificar sua capacidade em reproduzir os resultados e ajustar os parâmetros de modelagem, como densidade de malha, tipo de elemento, tolerância, passos de carregamento, etc. O ensaio real foi o realizado por [3] que consistiu no aumento da aceleração da gravidade em um talude em escala reduzida numa centrífuga até a ruptura, com material preparado em laboratório, semelhante à rocha, com descontinuidades mergulhando em direção contrária à do talude. O dado de controle foi o deslocamento horizontal de um ponto na crista do talude.

Outra forma de análise foi a resolução analítica do problema, com dedução de uma equação que indique a localização da superfície basal de ruptura, supondo que esta ocorra apenas por tração. A equação foi deduzida a partir da proposta de [2], contendo algumas simplificações como proposta inicial. As alturas das colunas rompidas foram determinadas,

indicando a posição da superfície de ruptura basal, variáveis que foram fixadas arbitrariamente no modelo de [2].

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Calibração do modelo numérico

Antes das simulações paramétricas, foi realizada a modelagem numérica de problema real para verificar a capacidade do software selecionado em simular esse modo de ruptura. Foi escolhido o ensaio em centrifuga realizado por [3] em um material composto por uma mistura de ilmenita e gesso, considerado “frágil” por seu modo de ruptura. As características do modelo são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros constitutivos e geométricos do modelo físico de [4].

H (<i>Altura do talude</i>)	330 mm
A (<i>Mergulho do talude</i>)	61°
β (<i>Mergulho das descontinuidades</i>)	80°
e (<i>Espaçamento das descontinuidades</i>)	10 mm
E (<i>Módulo de Young</i>)	2400 MPa
ν (<i>Coefficiente de Poisson</i>)	0,16
T_r (<i>Resistência à tração da rocha</i>)	1,1 MPa
ϕ_d (<i>Ângulo de atrito da descontinuidade</i>)	22°
c_d (<i>Coesão da descontinuidade</i>)	0 MPa
γ_r (<i>Peso específico da rocha</i>)	0,0238 MN/m ³

Alguns parâmetros constitutivos necessários para a simulação computacional não estavam presentes em [3], mas puderam ser obtidos do trabalho de [11], que também reproduziu esse modelo em sua simulação utilizando o RS2. Estes parâmetros são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros constitutivos do modelo físico obtidos por retroanálise [11].

k_n (<i>Rigidez normal das juntas</i>)	50000 MPa/m
k_s (<i>Rigidez cisalhante das juntas</i>)	5000 MPa/m
ϕ_r (<i>Ângulo de atrito da rocha</i>)	33°
c_r (<i>Coesão da rocha</i>)	0,75 MPa

A melhor aproximação de comportamento para o problema estudado é o elastoplástico uma vez que o objetivo deste trabalho é visualizar uma superfície de ruptura, ou seja, de elementos plastificados. Assim, os valores de parâmetros residuais da rocha são necessários, porém largamente desconhecidos para os materiais rochosos em geral. Os valores para esses parâmetros foram encontrados na literatura [12], [13], e são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros constitutivos residuais obtidos na literatura [12], [13].

Φ_{rp} (<i>Ângulo de atrito residual da rocha</i>)	100% a 75% de ϕ_r
C_{dp} (<i>Coesão residual da rocha</i>)	0, 33 ou 100% c_r
T_{rp} (<i>Resistência residual da rocha à tração</i>)	0 MPa
Ψ (<i>Ângulo de dilatação</i>)	0°, 5° ou 10°

A modelagem foi realizada com malha triangular e elemento de interpolação parabólica (seis nós), para melhor ajuste à geometria do problema. A malha escolhida foi uniforme com 2590 elementos, como mostrado na Figura 1. Quanto às condições de contorno do problema, a base do modelo foi impedida de deslocar na direção y e as laterais impedidas de deslocar na direção x. Essas condições de contorno foram aplicadas tal como ocorreria com o

modelo físico, confinado no espaço reservado a ele na máquina centrífuga (Figura 1). A superfície e a face do talude foram deixadas livres.

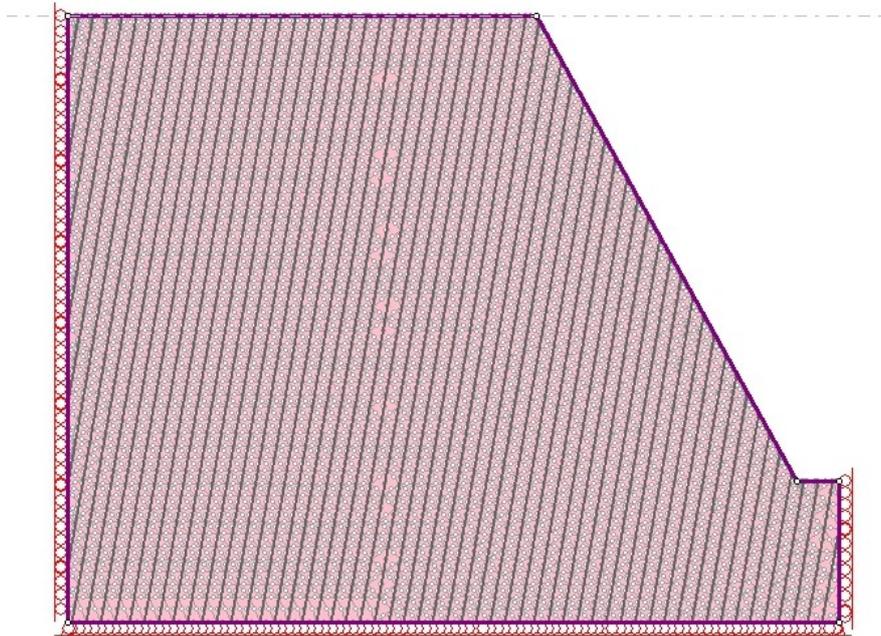


Figura 1: Malha de elementos finitos e condições de contorno do modelo.

O número de estágios de carregamento foi igual a 52. Eles permitiram a simulação do aumento da aceleração da gravidade para reproduzir o modelo de [3]. As etapas de carregamento foram maiores no início (10 em 10 g) e menores no final (2 em 2 g).

Para validação dos resultados, o deslocamento horizontal na crista do talude foi usado, já que essa informação está disponível em [3] e também foi usada por [11]. Os deslocamentos são mostrados na Figura 2. Os resultados não foram satisfatórios (curva vermelha na Figura 2). Por volta do nível 10 g de gravidade, as discontinuidades começaram a deslizar, o que era esperado para acontecer por volta do nível 30 g. Também houve discrepância quanto ao deslocamento e sua variação com os incrementos de gravidade que foram muito maiores que os esperados.

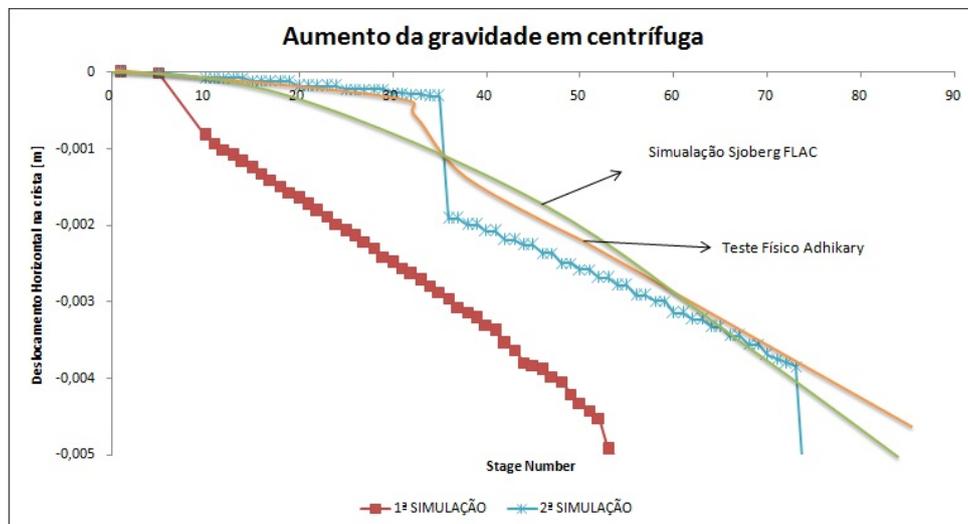


Figura 2: Deslocamento horizontal na crista do talude.

Partindo do princípio de que os valores de parâmetros em rocha e descontinuidades são estimativos e não dados precisos, foram feitas análises paramétricas para ajuste dos resultados.

Assim, para que as descontinuidades iniciassem o cisalhamento mais tardiamente, foi elevado o valor da coesão, que passou de 0 MPa para 0,02 MPa. Essa alteração tem como base a sugestão de [4], que em seu trabalho supõe que esse início do deslizamento entre as descontinuidades é devido ao vencimento da “força” de coesão.

Outros parâmetros também precisaram ser ajustados para melhor representar o comportamento esperado. A variação do deslocamento ainda era muito grande e a rocha rompia em carga menor (nível 50 g) que aquela que havia sido encontrada no ensaio de [3] ou nas simulações de [8] e [11]. Um ângulo de atrito maior entre as descontinuidades foi experimentado. O ângulo de atrito e a coesão da rocha também foram elevados, tornando o material mais competente, assim como a coesão residual não foi zerada, para que os elementos já deformados ainda realizassem algum trabalho de sustentação antes do rompimento global.

O resultado pode ser observado na Figura 2, em que se pode ver que o ajuste da curva levou a uma grande aproximação do resultado do ensaio real e que, portanto, a calibração dos parâmetros foi adequada. Até o degrau no deslocamento horizontal por volta do nível 36 g também pode ser notado (Figura 2).

Na Tabela 4 os parâmetros utilizados na primeira e segunda simulação são mostrados.

Tabela 4: Parâmetros utilizados nas simulações apresentadas na Figura 2.

<u>PARÂMETRO</u>	<u>1ª simulação</u>	<u>2ª simulação</u>
H (<i>Altura do talude</i>)	330 mm	Mantido
A (<i>Mergulho do talude</i>)	61°	Mantido
β (<i>Mergulho das descontinuidades</i>)	80°	Mantido
e (<i>Espaçamento das descontinuidades</i>)	10 mm	Mantido
E (<i>Módulo de Young</i>)	2400 MPa	Mantido
ν (<i>Coefficiente de Poisson</i>)	0,16	Mantido
T_r (<i>Resistência à tração da rocha</i>)	1,1 MPa	Mantido
ϕ_d (<i>Ângulo de atrito da descontinuidade</i>)	22°	30°
c_d (<i>Coesão da descontinuidade</i>)	0 MPa	0,02 MPa
γ_r (<i>Peso específico da rocha</i>)	23,8 kN/m³	Mantido
k_n (<i>Rigidez normal de junta</i>)	50000 MPa/m	Mantido
k_s (<i>Rigidez cisalhante de junta</i>)	5000 MPa/m	Mantido
ϕ_r (<i>Ângulo de atrito da rocha</i>)	22°	33,1°
c_r (<i>Coesão da rocha</i>)	0 MPa	2.5 MPa
Φ_{rp} (<i>Ângulo de atrito da rocha pós-pico</i>)	100% a 75% de ϕ_r	33,1°
c_{dp} (<i>Coesão da rocha pós-pico</i>)	0 MPa	0.5 MPa
T_{rp} (<i>Resistência da rocha à tração pós-pico</i>)	0 MPa	Mantido
Ψ (<i>Ângulo de dilatância</i>)	0°, 5° ou 10°	10°

Modo de ruptura e desenvolvimento da superfície de ruptura basal

Durante a validação do modelo computacional já foi possível obter algumas informações sobre o modo de ruptura. Mantendo os mesmos parâmetros da primeira simulação (Tabela 4), mas aumentando o valor da coesão das descontinuidades de 0 para 0,03 MPa, as colunas do topo do talude são as primeiras a romper, próximo ao nível de gravidade de 30 g. Entretanto em torno do nível de gravidade de 40 g, as colunas inferiores começam a romper em sequência, formando uma região de elementos plastificados que começa a partir do pé do talude, como mostrado na Figura 3.

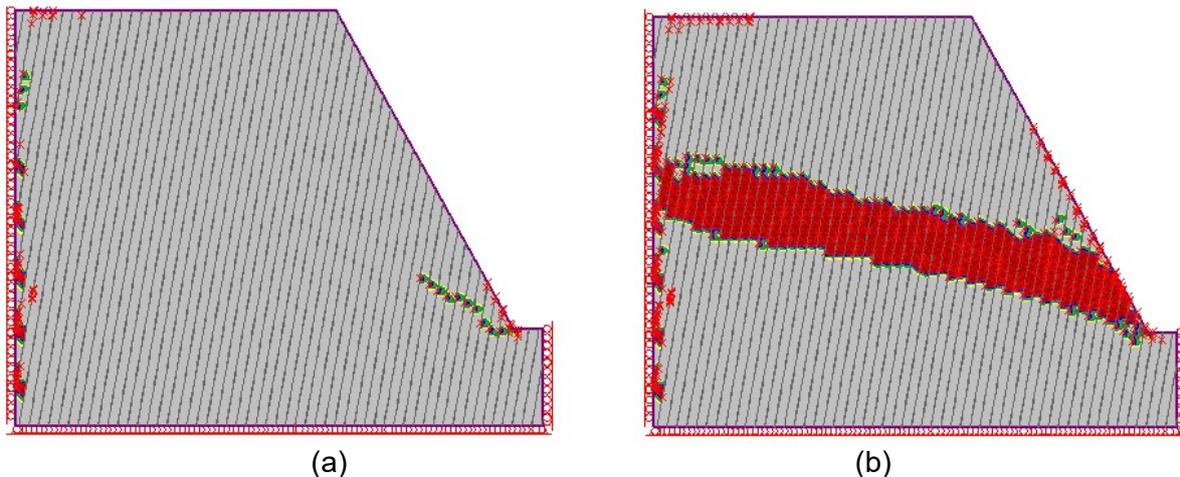


Figura 3: Formação da superfície de ruptura basal: (a) Pontos plastificados no nível de gravidade de 30 g. (b) Pontos plastificados na ruptura.

No RS2 a ruptura por tração é indicada pelo símbolo \circ e a ruptura por cisalhamento pelo símbolo \times . Decorre que, na Figura 3, a ruptura ocorre somente por cisalhamento, diferentemente da ruptura por tração observada no modelo físico de [3]. Ao diminuir o valor da coesão das descontinuidades para 0,02 MPa, a ruptura da base das colunas passa a ocorrer por tração.

Após o modelo já validado, foram utilizados todos os parâmetros da 2ª simulação (Tabela 4). Novamente as colunas do topo do talude são as primeiras a romper, seguido pelo desenvolvimento da ruptura a partir do pé do talude.

O início da propagação da ruptura é mostrado na Figura 4. Pode-se observar o início do desenvolvimento da ruptura no nível de gravidade de 52 g, sendo os primeiros pontos plastificados no topo do talude observados no nível de gravidade de 36 g (Figura 4a).

Na Figura 4 pode-se observar que a superfície de ruptura basal tende a ser plana e faz um ângulo de aproximadamente 20° com a reta perpendicular às descontinuidades. Esses resultados são muito próximos daqueles observados no modelo físico de [3].

No nível de gravidade de 70 g, os pontos plastificados formam nitidamente uma superfície basal de ruptura, como mostra a Figura 5. Também é visível que a ruptura na superfície basal ocorre por tração e esse tipo de ruptura ocorre também no modelo físico de [3], o que mais uma vez mostra a capacidade de representação da realidade do modelo numérico.

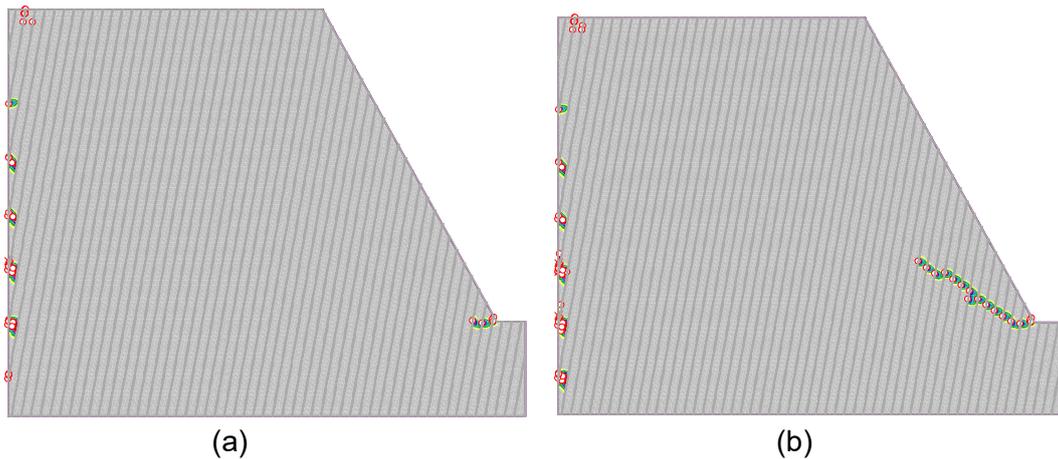


Figura 4: Propagação da ruptura a partir do pé do talude: (a) Nível de gravidade de 52 g.
(b) Nível de gravidade de 62 g.

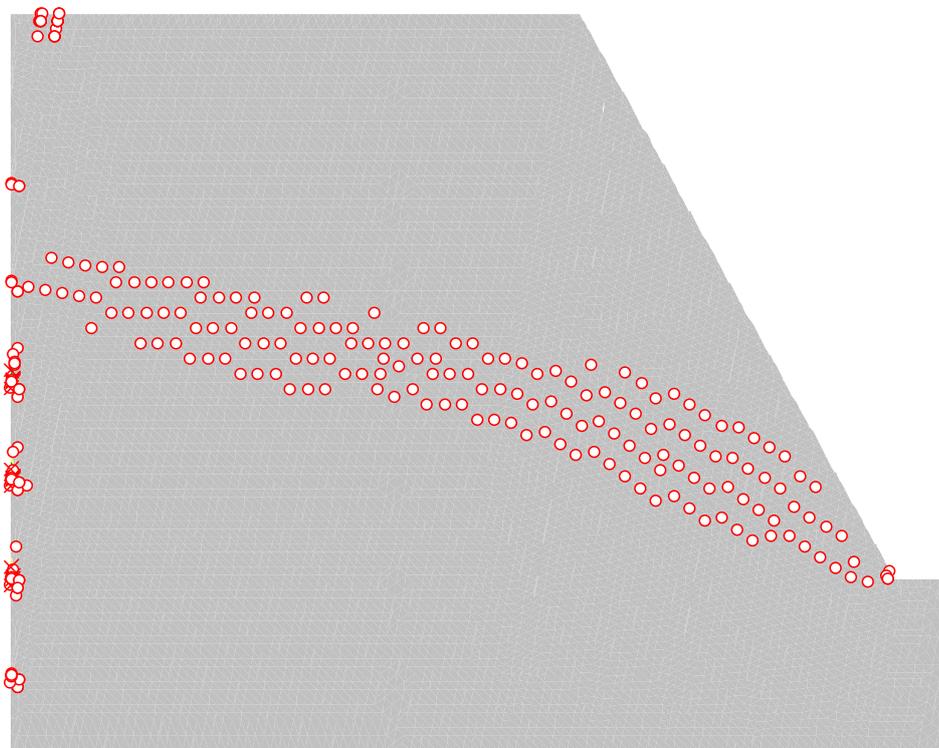


Figura 5: Pontos plastificados no nível de gravidade de 70 g, antes do colapso global do talude.

O colapso global do talude ocorre no nível de gravidade de 82 g. A plastificação ocorre em quase todo o talude, indicando, de fato, seu colapso global. Somente plastificação por tração é observada.

Quanto à forma da superfície de ruptura basal, tanto no caso de ruptura por tração quanto por cisalhamento, observa-se que ela é plana.

A discussão completa das simulações realizadas no modelo numérico, o procedimento de calibração são descritos em detalhe por [14].

Desenvolvimento do modelo analítico

Uma abordagem analítica foi desenvolvida com base na proposição de [2]. Um diagrama esquemático da geometria do modelo e as forças aplicadas numa coluna genérica são mostrados na Figura 6.

Uma superfície de ruptura basal planar, perpendicular às descontinuidades, passando pela rocha intacta e ocorrendo por tração, é assumida por [2]. Essas hipóteses foram corroboradas pelo modelo numérico desenvolvido neste trabalho, considerando que a superfície de ruptura basal encontrada difere de um ângulo de apenas 20° em relação àquela assumida em [2] e que, assim, como em [2], a ruptura ocorre por tração, em uma superfície plana.

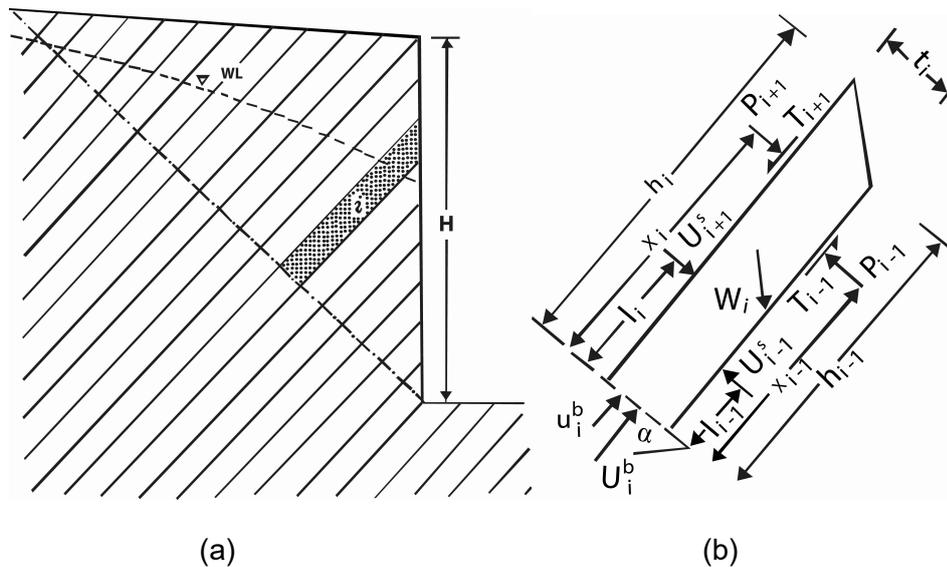


Figura 6: Modelo analítico de tombamento flexural (a): geometria do modelo. (b) forças agindo na coluna i . Adaptado de [2].

Variáveis do modelo na Figura 6:

γ – peso específico da rocha

t_i – espessura da coluna i

h_i – altura média da coluna i

P_{i+1} – força da coluna $i+1$ sobre a coluna i

T_{i+1} – força de atrito entre a coluna $i+1$ e a coluna i

U_{i+1} – força devido à poropressão entre a coluna $i+1$ e a coluna i

W_i – peso da coluna i

α_i – ângulo da base da coluna com o plano horizontal

O modelo de [2] é baseado no equilíbrio de barras da teoria da elasticidade. Cada coluna é tratada como uma viga engastada numa extremidade sujeita a forças de gravidade e forças laterais. As forças devido à poropressão entre as colunas são consideradas.

A distribuição das tensões na base de cada coluna é dada pela Equação 1.

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M}{I}y \quad (1)$$

Na qual:

σ_x – tensão normal
 N – força normal
 A – área da base por espessura unitária
 M – momento
 I – momento de inércia
 y – coordenada y da base da coluna

A partir do trabalho de [2] buscou-se desenvolver um procedimento com equações capazes de definirem as alturas de ruptura de cada coluna em um processo de tombamento flexural, formando a superfície de ruptura basal por meio da união das bases rompidas.

Neste trabalho, o processo de ruptura foi dividido em duas partes: a obtenção de uma altura máxima em que a coluna se sustentaria (ou seja, a altura de ruptura) e em seguida a força exercida por essa coluna rompida sobre a inferior.

A Equação 2 foi obtida da manipulação da Equação 1 de forma a colocar o valor da altura em função das forças aplicadas sobre a coluna. As colunas foram consideradas retangulares e, dessa forma, as medidas de altura dos dois lados e a altura média da coluna têm os mesmos valores ($h_i = h_{i-1} = \bar{h}$). Além disso, a máxima resistência que uma coluna pode oferecer é aquela que inicia a ruptura, ou seja, a resistência à tração da rocha intacta.

$$\sigma = \frac{U_i^b - N_i}{A_i} + \frac{t_i}{2l_i} \cdot \left(P_{i+1} \cdot \eta \cdot h_i + S_i \cdot \frac{h_i}{2} - (T_{i+1} + T_{i-1}) \cdot \frac{t_i}{2} - P_{i-1} \cdot \eta \cdot h_i + u_i^b \cdot l_{bi} + U_{i+1}^s \cdot l_i - U_{i-1}^s \cdot l_{i-1} \right) \quad (2)$$

Na qual η é o ponto de aplicação da força P entre as colunas (75% a 100% da altura da coluna).

As forças resultantes da poropressão (“U” e “u”) foram desconsideradas para simplificação e por serem menores que as demais, como também proposto por [4].

$$\sigma = \frac{-N_i}{A_i} + \frac{t_i}{2l_i} \cdot \left(P_{i+1} \cdot \eta \cdot h_i + S_i \cdot \frac{h_i}{2} - (T_{i+1} + T_{i-1}) \cdot \frac{t_i}{2} - P_{i-1} \cdot \eta \cdot h_i \right) \quad (3)$$

As forças entre a coluna em questão e a coluna inferior foram eliminadas na equação do equilíbrio ($P_{i-1} = 0$), considerando que nesse momento a coluna se sustenta por si só, passando a se apoiar sobre a que está embaixo somente quando rompe. Assim, fica eliminada a antiga incógnita da força intercolunas nessa etapa e passa a vigorar como elemento desconhecido somente a altura.

$$\sigma = \frac{-N_i}{A_i} + \frac{t_i}{2l_i} \cdot \left(P_{i+1} \cdot \eta \cdot h_i + S_i \cdot \frac{h_i}{2} - T_{i+1} \cdot \frac{t_i}{2} \right) \quad (4)$$

Os termos da Equação 4 foram rearranjados e substituídos por suas definições que podem ser encontradas em [2].

$$\left(\sigma + \frac{\gamma \cdot t_i \cdot h_i \cdot \cos(\alpha)}{t_{i,1}} \right) \frac{2}{t_i} \cdot \frac{t_i^3}{12} - \gamma \cdot t_i \cdot h_i \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{h_i}{2} = P_{i+1} \left(\eta \cdot h_i - \frac{t_i}{2} \cdot \tan(\phi) \right) \quad (5)$$

Na qual ϕ é o ângulo de atrito das discontinuidades.

Fazendo as simplificações, isolando a altura “h”, chega-se à Equação 6.

$$h_i^2 \cdot [3 \cdot \gamma \cdot t_i \cdot \text{sen}(\alpha)] + h_i \cdot [6 \cdot P_{i+1} \eta - t_i^2 \cdot \gamma \cdot \text{cos}(\alpha)] - [\sigma \cdot t_i^2 + 3 \cdot P_{i+1} \cdot t_i \cdot \text{tan}(\phi)] = 0 \quad (6)$$

A tensão presente na equação, que seria o valor a que está submetida a rocha no ponto da ruptura, foi igualada ao valor da tensão máxima suportada pela rocha para tração, para que assim se encontrasse o ponto em que a rocha não mais suportaria as forças a que está submetida e romperia.

Após o rompimento, procede-se o cálculo da força exercida pela coluna rompida sobre a inferior, ou da mesma forma, a força que a coluna inferior precisa exercer para sustentar a superior, já que essas duas forças são iguais. A Equação 7 foi deduzida do equilíbrio de forças e momentos sobre a coluna rompida, já desconsiderando as forças devido à poropressão nas descontinuidades e superfície de ruptura:

$$-W_i \cdot \text{cos}(\alpha) \cdot \frac{t_i}{2} + P_{i+1} \cdot \eta \cdot h_i + W_i \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot \frac{h_i}{2} - P_{i+1} \cdot \text{tan}(\phi) \cdot \frac{t_i}{2} - P_{i-1} \cdot \eta \cdot h_i = 0 \quad (7)$$

Isolando P_{i-1} , obtém-se a Equação 8.

$$P_{i-1} = \frac{W_i \cdot (\text{sen}(\alpha) \cdot \frac{h_i}{2} - \text{cos}(\alpha) \cdot \frac{t_i}{2}) + P_{i+1} (\eta \cdot h_i - \text{tan}(\phi) \cdot \frac{t_i}{2})}{\eta \cdot h_i} \quad (8)$$

O procedimento consiste na determinação da altura de rompimento da primeira coluna, por meio da Equação 6, igualando a zero a força exercida pela coluna sobrejacente, uma vez que não há colunas acima da primeira. Prossegue-se com a obtenção da força que essa coluna rompida exercerá sobre a inferior por meio da Equação 8. Esse valor entrará na equação de equilíbrio dessa segunda coluna, na posição indicada por P_{i+1} , para determinar a altura em que romperá, para em seguida calcular sua força sobre a coluna inferior e assim sucessivamente, formando um “caminho” de alturas de colunas rompidas.

O desenvolvimento completo e a dedução das equações do modelo analítico são encontrados em [14].

Análises paramétricas usando o modelo analítico

As equações obtidas foram utilizadas para calcular a sequência de alturas em que cada coluna rompe, a partir do topo do talude até sua base. Além disso, as forças que cada coluna rompida exerce sobre a coluna imediatamente inferior foram calculadas. Diversas situações foram consideradas por meio da variação de parâmetros do material ou das descontinuidades.

Os parâmetros indicados na Tabela 5 foram usados na simulação inicial. Variáveis comuns aos dois modelos, numérico e analítico, foram mantidas com os mesmos valores (Tabelas 4 e 5).

A Figura 7 apresenta os resultados dessa simulação inicial. O quadro contido nessa figura informa, em seu lado esquerdo, as alturas de cada coluna (em cm), e em seu lado direito, a força necessária para impedir a ruptura da coluna em análise, ou ainda, a força que a coluna em análise exercerá sobre a coluna inferior após romper (em newtons).

Há um aumento da força da crista para a base do talude. Cada coluna rompida exerce uma força na coluna imediatamente inferior quando rompe, provocando esse incremento na força.

Tabela 5: Dados de entrada da primeira simulação

DADOS DE ENTRADA	
γ (peso específico da rocha)	23,8 kN
t_i (espessura da coluna de rocha)	0,01 m
α (inclinação do polo das descontinuidades)	10°
η (altura de ação da força de uma coluna sobre a outra)	0,75
σ_t (resistência à tração da rocha)	1100 kPa
\emptyset (ângulo de atrito das descontinuidades)	22°
P_{i+1} inicial (força exercida sobre a coluna inicial)	0 kN

Há um decréscimo na altura das colunas da crista do talude para a base, formando uma linha de colunas rompidas. É importante ter em mente que essa linha na Figura 7 não representa a posição da superfície de ruptura basal no talude. Seria necessário plotar as alturas da coluna em um sistema de coordenadas em que o eixo das abcissas seja coincidente com a face do talude, já que a medida da altura da coluna é iniciada ali.

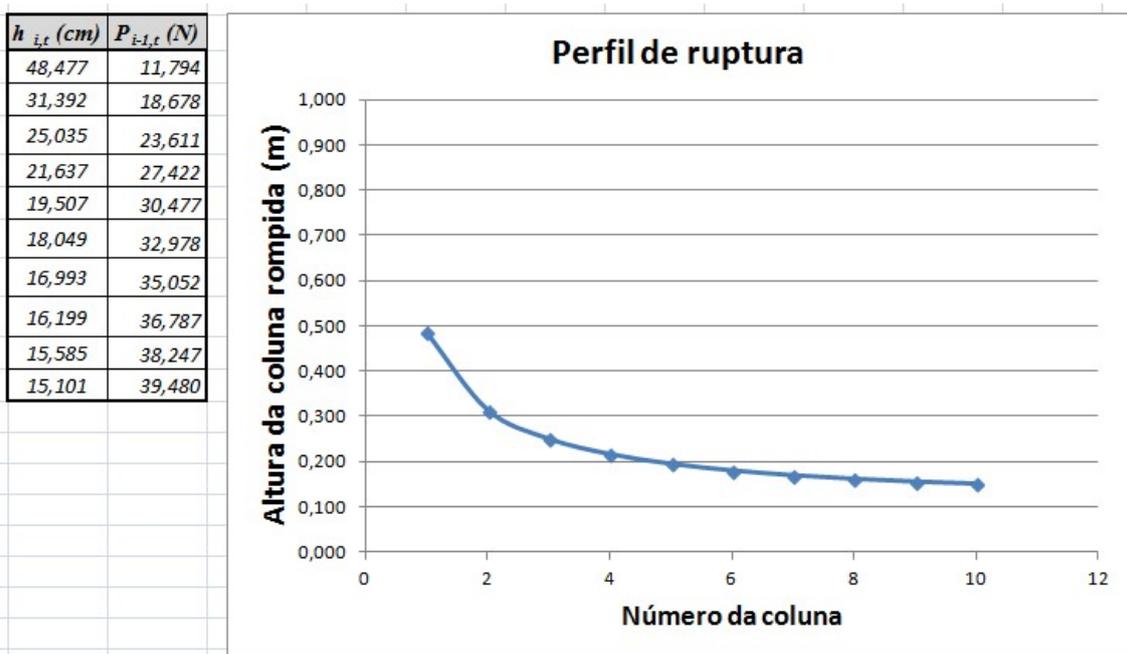


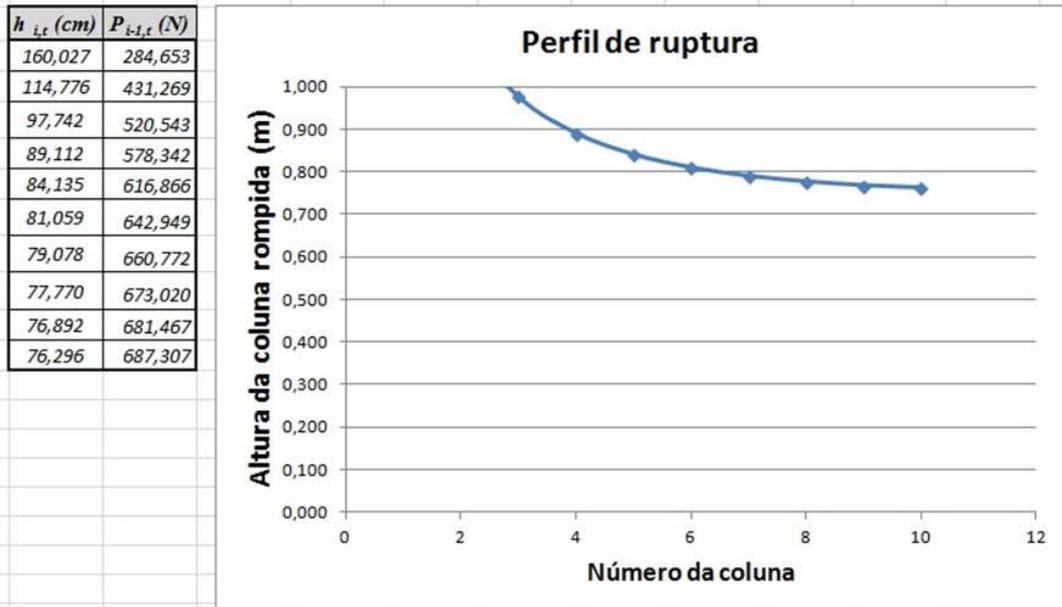
Figura 7: Altura de ruptura das colunas utilizando os parâmetros da Tabela 5.

Outras análises paramétricas foram realizadas, variando-se diversos parâmetros, a fim de analisar a influência deles no mecanismo de ruptura.

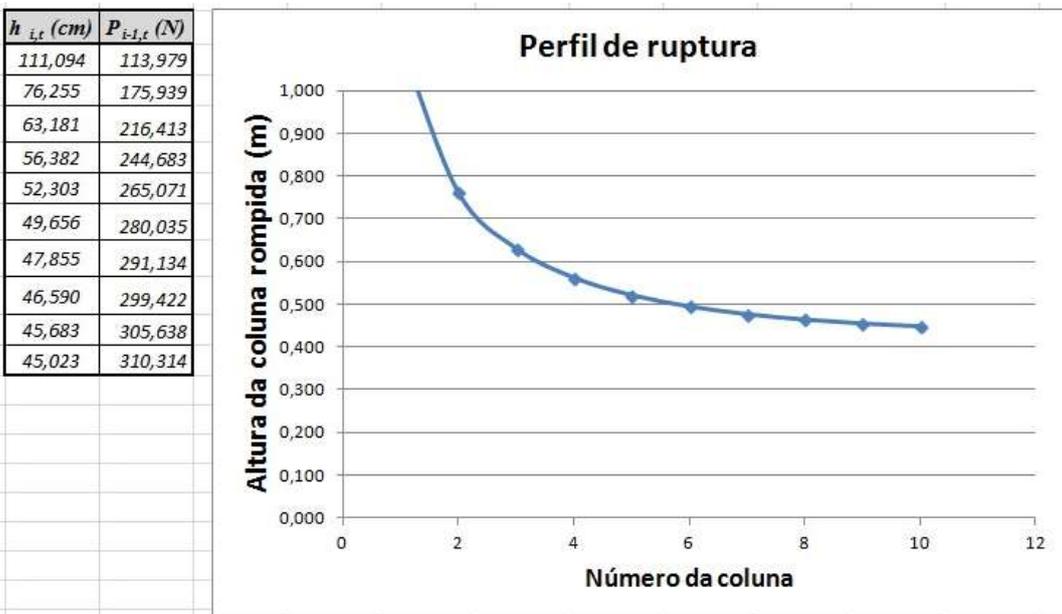
De acordo com essas análises, observou-se que o aumento da resistência à tração da rocha leva a um aumento da altura das colunas rompidas. Uma rocha com maior resistência à tração requer uma coluna mais alta para sua ruptura. Também foi observado que a resistência à tração tem maior influência nas alturas das colunas superiores. Para a primeira coluna não há força intercoluna e ela rompe sob a ação de seu próprio peso. No caso das colunas inferiores, a presença de forças intercolunas facilita a ruptura.

O parâmetro mais influente nas alturas das colunas rompidas foi a sua espessura. O resultado dessa simulação é mostrado na Figura 8. Quanto maior a espessura da coluna, mais difícil a ocorrência do tombamento flexural. A espessura da coluna afeta muitos parâmetros do modelo, como o peso, forças intercolunas, momento de inércia, entre outros.

O parâmetro menos influente foi o ângulo de atrito das discontinuidades, produzindo mínimas variações nas alturas das colunas rompidas com sua mudança. O ângulo de atrito afeta apenas o termo independente na Equação 6. Observou-se também que o ângulo de atrito exerce mais influência nas colunas inferiores, já que a resistência de atrito é diretamente proporcional às forças intercolunas, que são maiores próximo ao pé do talude.



(a)



(b)

Figura 8: Altura de ruptura das colunas (a) espessura de 50 mm (b) espessura de 100 mm.

Finalmente, o ângulo de mergulho das descontinuidades foi variado, observando-se as condições cinemáticas de ocorrência de tombamento flexural, propostas por [1]. Quanto maior o mergulho das descontinuidades, menores devem ser as alturas das colunas rompidas, dado que a componente do peso das colunas que causa instabilidade é maior em descontinuidades de alto mergulho.

CONCLUSÃO

A ruptura da rocha intacta para formação da superfície basal de ruptura ocorre por tração ou cisalhamento, dependendo da resistência ao cisalhamento da rocha e das descontinuidades. Na calibração do modelo numérico usando o modelo físico de [3], a ruptura ao longo da superfície basal de ruptura ocorreu por tração, o que também foi observado no modelo de [3]. Além disso, a posição da superfície basal de ruptura no modelo numérico reproduziu satisfatoriamente aquela observada no modelo físico de [3]. Portanto, a calibração do modelo numérico evidenciou sua adequação à representação do mecanismo de tombamento flexural.

Apesar das primeiras colunas a romper serem as do topo, a formação da superfície de ruptura basal começa no pé do talude. A deformação das colunas inferiores leva à abertura das descontinuidades, separando as colunas. Essa abertura torna-se cada vez mais profunda à medida que se move na direção ascendente. Dessa forma, inicialmente as colunas inferiores se apoiam umas nas outras, prevenindo a ruptura, o que não ocorre com as colunas superiores. Estas ficam sem sustentação e livres para romper e tombar, sobrecarregando o pé do talude, onde se iniciará a superfície de ruptura.

O conhecimento dos parâmetros pós-pico é de grande importância para uma simulação adequada da ruptura por tombamento flexural, pois a rocha e as descontinuidades, mesmo depois de plastificadas, ainda exercem resistência ao movimento. Nas tentativas de simulação, quando os parâmetros pós-pico foram desconsiderados nas descontinuidades, a rocha rompeu em uma etapa de menor aceleração da gravidade, indicando que a resistência pós-plastificação das descontinuidades exerce influência significativa, suportando tensões que não são passadas à rocha. Da mesma forma, a rocha romperia antes caso os pontos de plastificação já presentes em 70 g não tivessem resistência. Entretanto, os parâmetros pós-pico são amplamente desconhecidos, o que aumenta a dificuldade das análises com modelos numéricos.

A coesão entre as descontinuidades, ainda que mínima, exerce grande influência nos deslocamentos em tombamento flexural. Quando a coesão é vencida, o deslizamento entre as descontinuidades começa e há um grande salto no movimento (36 g na simulação).

Em relação ao modelo analítico desenvolvido neste trabalho, é preciso esclarecer que se trata de uma proposta inicial, já que não considera as duas formas de ruptura encontradas na simulação computacional. Outro desenvolvimento, além da consideração da ruptura tanto por tração quanto por cisalhamento, seria a introdução na análise de forças devido à poropressão, efeitos sísmicos e forças externas.

Recomenda-se ainda para trabalhos futuros, a verificação da validade das equações propostas com base em comparações com resultados de testes físicos ou rupturas em taludes reais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Goodman, R. E. & Bray, J. W. (1976). Toppling of Rock Slopes. Proceedings of Rock Engineer for Foundations and slopes.
- [2] Aydan, Ö & Kawamoto, T. (1992). The Stability of Slopes and Underground Openings Against Flexural Toppling and Their Stabilization. In: Rock Mechanics and Rock Engineering. 30 (2): 75-93
- [3] Adhikary, D. P.; Dyskin, A. V.; Jewell, R. J.; Stewart, D. P. (1997). A study of the mechanism of flexural toppling failure of rock slopes. In: Rock Mech. Rock Engng. 30 (2): 75-93.
- [4] Adhikary, D. P.; Dyskin, A. V. (2006). Modeling of Progressive and Instantaneous Failures of Foliated Rock Slopes. In: Rock Mech. Rock Engng. 40 (4): 349-362.
- [5] Benko, B. (1997). Numerical Modeling of Complex Slope Deformations. Tese de Doutorado. Saskatoon – Canadá.
- [6] Wang C., Tannant D. D.; Lilly P. A. (2003) Numerical Analysis of the Stability of Heavily Jointed Rock Slopes using PFC2D. In: International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences. 40: 415-424.
- [7] Che A., Ge X. (2012) Earthquake-induced toppling failure mechanism and its evaluation method of slope in discontinuous rock mass. In: International Journal of Applied Mechanics. 4 (3): 1250036-1250051.
- [8] Sjöberg, J. (1999). Analysis of Large Scale Rock Slopes. Doctoral Thesis, Division of Rock Mechanics. Luleå University of Technology, Sweden.
- [9] Scholtès L., Donzé F. (2012) Modelling Progressive Failure in Fractured Rock Masses using a 3D Discrete Element Method. Int. J. of Rock Mech. & Mining Sci. 52: 18-30.
- [10] Rocscience Inc. (2020). RS2 – Finite Element Analysis for Excavations and Slopes. www.rocscience.com, Toronto, Ontario, Canada.
- [11] Santos, G. A. (2008). Análise Tensão-Deformação e Por Equilíbrio Limite do Mecanismo de Tombamento Flexural. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Geotecnia (NUGEO), Ouro Preto – Brasil.
- [12] Nichol, S. L.; Hungr O.; Evans S. G. (2002). Large-scale brittle and ductile toppling of rock slopes. Canadian Geotechnical Journal. 39 (4): 773–788
- [13] Wyllie, D. C.; Mah, C. W. (2004). Rock Slope Engineering Civil and Mining. In: Rock Strength Properties and Their Measurements, 4ª ed., p. 74-108.
- [14] Câmara, P. H. C. P. (2015). Estudo Paramétrico da Formação da Superfície Basal de Ruptura em Tombamento Flexural. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral (PPGEM), Ouro Preto – Brasil.

