

DETERMINAÇÃO DE FATORES COMUNS NA CARACTERIZAÇÃO GEOLÓGICO-GEOTÉCNICA COM VISTAS À AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DE MACIÇOS ROCHOSOS

Allan Erlikhman Medeiros Santos
Universidade Federal de Ouro Preto
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
allanerlikhman@cefetmg.br

Milene Sabino Lana
Universidade Federal de Ouro Preto

Tiago Pereira Martins
Universidade Federal de Ouro Preto

Denise de Fátima Santos da Silva
Universidade Federal de Minas Gerais

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo a identificação de fatores comuns em variáveis oriundas de levantamento geotécnico em campo, com vistas à avaliação da qualidade de maciços. Os dados utilizados foram compilados a partir de diversas minas do Brasil, sendo composto por parâmetros do RMR (*Rock Mass Rating*). O estudo utiliza a análise fatorial, com o objetivo de identificar fatores subjacentes, não observáveis nas variáveis originais, mas sim na combinação destas. Assim, constituiu-se um banco de dados de menor dimensionalidade com as variáveis que contribuem significativamente para a qualidade do maciço. O resultado da análise fatorial permitiu a identificação de três fatores comuns, Fator 1, relacionado ao grau de resistência do maciço rochoso; Fator 3, relacionado ao grau de fraturamento do maciço rochoso e o Fator 2, relacionado à condição de percolação de água no maciço rochoso.

Palavras chave: análise fatorial; parâmetros geomecânicos; caracterização de maciços rochosos.

ABSTRACT

The main objective of this research is to identify common factors in geotechnical variables surveyed at the field, in order to assess the rock mass quality. The database used was compiled from various mines in Brazil, being composed of basic Rock Mass Rating parameters. The study uses factor analysis, with the objective of identifying underlying, latent factors, not observable in the original variables, but rather in their combination. Thus, a database of smaller dimensions was constituted with the variables that significantly contribute to the rock mass quality. The result of the factor analysis allowed the identification of three common factors, Factor 1, related to the degree of strength of rock mass; Factor 3, related to the fracturing degree of the rock mass and Factor 2, related to the flow conditions in the rock mass.

Keywords: factor analysis; geomechanical parameters; rock mass quality.

INTRODUÇÃO

Os sistemas de classificação de maciços rochosos são amplamente aceitos pela comunidade geotécnica sendo aplicados na maioria dos estudos geotécnicos em todo o mundo., os sistemas de classificação desempenham um papel fundamental para estimar a qualidade do maciço, possibilitando a previsão de parâmetros de resistência e deformabilidade, os quais são dados de entrada em análises de estabilidade. A aplicação desses sistemas, para a previsão de parâmetros de resistência e deformabilidade, é sustentada com base em limitações econômicas e de tempo para a realização de ensaios principalmente em larga escala, além da complexidade de desenvolver um modelo matemático e/ou numérico capaz de definir o sistema de forças no maciço rochoso, que é um meio heterogêneo, com a devida precisão.

Os sistemas de classificação de maciços rochosos foram originalmente propostos para estabelecer suportes em escavações subterrâneas; desde então, muitos sistemas foram propostos e modificados para diversas áreas de aplicação. Os sistemas clássicos de classificação incluem o *Rock Mass Rating* (RMR) proposto por Bieniawski (1973) [1], Bieniawski (1989) [2], o sistema Q (*Rock Mass Quality*) proposto por Barton *et al.* (1974) [3] e o *Geological Strength Index* (GSI) proposto por Hoek (1994) [4] e Hoek *et al.* (1995) [5].

Pell e Bertuzzi (2007) [6] e Potvin *et al.* (2012) [7] destacam algumas limitações dos sistemas de classificação, tais como a incerteza na estimativa de parâmetros e julgamentos subjetivos em relação aos parâmetros geomecânicos. Com vistas a importância dos resultados da aplicação destes sistemas, muitos estudos têm sido realizados com o objetivo de minimizar estas limitações.

Neste contexto, a presente pesquisa tem como objetivo a identificação de fatores comuns em parâmetros geomecânicos utilizando a técnica de análise fatorial. Parte-se da premissa de que os parâmetros atualmente utilizados em classificações geomecânicas têm graus de importância diferentes na qualidade de um maciço rochoso. Assim, a análise fatorial permite identificar as variáveis mais significativas e fortemente correlacionadas no modelo. Essas variáveis são agrupadas em fatores comuns, não observáveis, capazes de avaliar a qualidade do maciço rochoso, que não -podem ser medidos diretamente.

A maioria dos estudos para quantificação da qualidade de maciços rochosos foi proposto para ambientes geológicos extremamente divergentes da realidade brasileira. Assim, é possível que os resultados da análise fatorial utilizando dados brasileiros reflitam as diferenças desse ambiente, sendo portanto um resultado particular, característico de maciços rochosos afetados por clima tropical e geologia estrutural complexa, como é o caso do banco de dados disponível para análise.

No contexto desta pesquisa a análise fatorial é a técnica estatística multivariada mais adequada para alcançar o objetivo, que é o de definir as variáveis que controlam a qualidade dos maciços rochosos, dentre aquelas obtidas em mapeamento geotécnico. Faz-se necessário enfatizar que, além da qualidade do maciço não ser diretamente mensurável, as variáveis que determinam essa qualidade são assumidas apenas a partir de evidências empíricas que, embora resultantes de larga aplicação ao longo de muitos anos, não foram definidas com forte embasamento estatístico, a partir de um modelo que consiga identificar as fontes de variabilidade para a medida dessa qualidade.

De acordo com Mingoti (2005) [8] a análise fatorial tem como objetivo principal descrever a variabilidade original do vetor aleatório X , em termos de um número menor de variáveis aleatórias, chamadas de fatores comuns e que estão relacionadas com o vetor original X por meio de um modelo linear. Neste modelo, parte da variabilidade de X é atribuída aos fatores comuns, sendo o restante da variabilidade atribuída às variáveis que não foram incluídas no

modelo, ou seja, ao erro. De forma resumida espera-se que as variáveis originais estejam agrupadas em subconjuntos não-correlacionados, sendo que a análise fatorial teria como objetivo encontrar esses fatores.

Assim, a análise fatorial busca identificar a variância comum subjacente entre as variáveis originais que refletem as “variáveis imensuráveis”, e separar os erros não sistemáticos na medida. De acordo com Pereira (2015) [9] a análise fatorial busca identificar os constructos existentes em um conjunto de dados, além de fornecer meios para medi-los.

No contexto da presente pesquisa, a análise fatorial permitiu a identificação e seleção dos parâmetros que mais influenciam a qualidade do maciço rochoso. Posto isso, fica clara a redução da dimensionalidade do modelo, pois a técnica seleciona as variáveis com maior contribuição para o modelo, ou seja, as demais variáveis podem ser desconsideradas sem prejuízo para o modelo. Neste ponto, a redução da dimensionalidade dos bancos de dados geotécnicos é de grande interesse, considerando que os levantamentos são trabalhosos, com altos custos, a depender da experiência da equipe em trabalho estes podem ser fontes de erros nos bancos de dados e, além disso, os levantamentos devem ser feitos ao longo de toda a vida útil da mina.

Estudos como os de Santos *et al.* (2018) [10] e Zare Naghadehi *et al.* (2011) [11] corroboram diretamente os objetivos e abordagem metodológica apresentada pela presente pesquisa. Estes estudos estão relacionados as limitações nas estimativas de parâmetros geomecânicos, bem como acerca da redução da incerteza na estimativa de parâmetros e julgamentos subjetivos em relação a esses parâmetros, com vistas ao enfrentamento de problemas de classificação de maciço e análise de estabilidade para taludes.

Nos estudos de Zare Naghadehi, M.; Jimenez, R.; Khalokakaie, R.; Jalali [11], os autores avaliam a importância dos fatores que afetam a estabilidade de taludes rochosos no sistema *Rock Engineering Systems* (RES), proposto por Hudson (1992) [12]. Os citados autores já ressaltam a importância de encontrar os parâmetros mais relevantes, em relação a todos os parâmetros, para o sistema RES. Na metodologia proposta os autores utilizam um método probabilístico de codificação semiquantitativo, conhecido como PESQ. Os autores conseguiram provar quantitativamente que a variável “instabilidades prévias” é a mais importante, sugerindo, portanto, a importância de realizar um levantamento no local dos taludes semelhantes na área; “geologia e litologia” e “propriedades mecânicas de descontinuidades” também foram considerados parâmetros com significativa importância.

Destaca-se particularmente o trabalho de Santos *et al.* (2018) [10], que ensejou a presente pesquisa. A análise fatorial também foi utilizada nesse trabalho para identificar fatores comuns capazes de avaliar a qualidade de um maciço rochoso. Três fatores comuns foram encontrados por estes autores. O Fator 1, constituído das variáveis grau de alteração do maciço e condições de fluxo de água foi rotulado de fator de alterabilidade do maciço. O Fator 2, constituído da persistência e espaçamento das descontinuidades foi rotulado de grau de faturamento do maciço. Finalmente, o Fator 3, constituído apenas da resistência à compressão simples da rocha intacta foi rotulado de fator de resistência.

O trabalho de Santos *et al.* (2018) [10] utilizou um banco de dados com 102 taludes, onde os parâmetros geotécnicos foram atribuídos aos taludes, grande parte deles extraída do banco de dados mundial de Zare Naghadehi *et al.* (2013) [13]. Embora os resultados tenham se mostrado promissores, não foram consideradas possíveis variações de parâmetros ao longo dos taludes, já que as informações disponíveis estavam classificadas por talude. Já no presente trabalho, o banco de dados disponível apresenta as variáveis determinadas em cada ponto, de coordenadas definidas, obtidas ao longo de taludes, o que torna esse banco mais acurado para o presente estudo em relação ao disponível no trabalho de Santos *et al.* (2018) [10].

METODOLOGIA

Banco de dados

O banco de dados utilizado nesta pesquisa se trata de levantamentos realizados em maciços rochosos em minerações a céu aberto brasileiras, com informações dos parâmetros de classificação de maciços rochosos, baseados no RMR. As variáveis relacionadas ao maciço rochoso são a resistência da rocha intacta, alteração do maciço rochoso, RQD, condição de água. Em relação à caracterização das descontinuidades, têm-se espaçamento, persistência, abertura, preenchimento e rugosidade.

Importante apontar que no RMR o parâmetro de alteração considerado é específico da parede de descontinuidade, porém neste estudo optou-se por utilizar a alteração do maciço rochoso de acordo com ISRM [15], que considera a alteração do maciço, ou seja, rocha intacta e descontinuidades, o que reforça a qualidade do maciço rochoso.

A variável RQD não foi utilizada durante a aplicação das técnicas, uma vez que existe relação matemática direta entre o RQD e o espaçamento entre as descontinuidades. Não é correto utilizar em uma análise envolvendo técnicas de estatística multivariada variáveis que são dependentes de outras. Assim, para evitar uma análise tendenciosa em relação a este parâmetro adotou-se a utilização do espaçamento entre as descontinuidades.

Materiais

Os materiais utilizados na pesquisa foram o banco de dados e o *software* que auxiliou nos cálculos e na aplicação das técnicas. O *software* utilizado para aplicação das técnicas estatísticas multivariadas foi o R versão 3.3.1, R Core Time (2015) [14], tanto para os testes estatísticos como para a aplicação e avaliação da técnica de análise fatorial.

Análises preliminares

Primeiramente foi determinado o índice RMR em cada amostra do banco de dados. A classificação RMR foi realizada apenas com intuito de se conhecer as classes dos maciços em estudo, isso porque, para a criação de um modelo aplicável para qualidade de maciço o banco de dados deveria contemplar todos os tipos de classes de maciços, de forma equilibrada. A predominância de determinada classe poderia criar um modelo enviesado.

Para a aplicação das técnicas, as variáveis qualitativas foram categorizadas com valores de 1 a 5, sendo 1 a pior situação para classificação de um maciço rochoso e 5 a melhor situação. A variável resistência da rocha intacta foi mensurada por meio do teste de martelo de geólogo, sendo assim categorizada de acordo com ISRM (1981) [15]. A variável alteração do maciço rochoso foi mensurada de acordo com as faixas de alteração, também propostas pela ISRM [15]. A variável água reflete a presença ou não de água no maciço rochoso. A Tabela 1 apresenta o sistema de pesos adotados para a presente pesquisa.

Tabela 1 - Pesos utilizados para as variáveis.

Resistência da rocha intacta							
Característica	R0	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Pesos	0	1	2	3	4	5	6
Alteração da rocha intacta							
Característica	W1	W2	W3	W4	W5	W6	
Pesos	6	5	4	3	2	1	
Persistência							

Faixa	< 1 m	1 a 3m	3 a 10m	10 a 20m	> 20m
Peso	5	4	3	2	1
Espaçamento					
Faixa	> 2 m	2 a 0.6m	0.6 a 0.2m	0.2 a 0.06m	< 0.06m
Peso	5	4	3	2	1
Abertura					
Faixa	Fechada	< 0,1mm	0,1 a 1mm	1 a 5mm	> 5mm
Peso	5	4	3	2	1
Rugosidade					
Característica	Polida	Lisa	Levemente rugosa	Rugosa	Muito rugosa
Peso	1	2	3	4	5
Preenchimento					
Característica	Macio; > 5mm	Macio; < 5mm / Duro; > 5mm	Macio; > 5mm / Duro; < 5mm	Duro; < 5mm	Nenhum
Peso	1	2	3	4	5

Análise Fatorial

Para a construção do modelo de análise fatorial, de acordo com Mingoti, S.A. (2005) [8] e Pereira, T.M. (2015) [9], consideramos um vetor aleatório $\tilde{X} = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_p]^t$, com vetor de esperança $E(X) = \mu = [\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_p]^t$, e matriz de covariância $\Sigma_{p \times p}$. O modelo de análise fatorial ortogonal estabelece as seguintes relações, no conjunto de Equações 1.

$$\begin{aligned}
 X_1 - \mu_1 &= l_{11} \cdot F_1 + l_{12} \cdot F_2 + \dots + l_{1m} \cdot F_m + \epsilon_1 \\
 X_2 - \mu_2 &= l_{21} \cdot F_1 + l_{22} \cdot F_2 + \dots + l_{2m} \cdot F_m + \epsilon_2 \\
 &\vdots \\
 X_p - \mu_p &= l_{p1} \cdot F_1 + l_{p2} \cdot F_2 + \dots + l_{pm} \cdot F_m + \epsilon_p
 \end{aligned} \quad (1)$$

onde, F_1, F_2, \dots, F_m são os fatores comuns não observáveis; $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_p$ são os fatores específicos associados a cada variável; $l_{ij}, i = 1, 2, \dots, p$ e $j = 1, 2, \dots, m$ são as cargas fatoriais.

A Figura 1 apresenta de forma gráfica um modelo fatorial, onde as setas que apontam para as variáveis indicam a fonte de uma variação que contribui para a medida dessas variáveis.

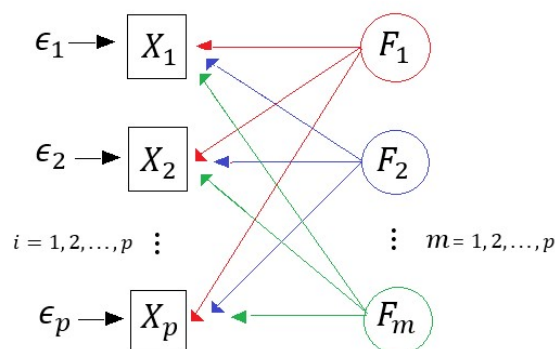


Figura 1 - Diagrama de caminhos de um modelo fatorial ortogonal. Modificado de Pereira, T.M. (2015) [9]

Assim, cada variável, possui $m + p$ fontes que contribuem para a variação, ou seja, m fatores comuns F e p fatores específicos ϵ . A Equação 2 apresenta o modelo na notação matricial.

$$\tilde{X} - \mu = LF + \epsilon \quad (2)$$

Com $F = [F_1, F_2, F_3, \dots, F_m]^t$, $\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_p]^t$, e,

$$L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \dots & l_{1m} \\ l_{21} & l_{22} & \dots & l_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{p1} & l_{p2} & \dots & l_{pm} \end{bmatrix}$$

Para construção do modelo fatorial ortogonal, algumas suposições, para analisar o modelo proposto e interpretar suas componentes, se fazem necessárias: os fatores comuns têm média igual a zero, variâncias iguais a 1 e não são correlacionados; os erros têm média zero, são não correlacionados e não necessariamente tem a mesma variância; os fatores e os erros são independentes, o que significa que apresentam fontes distintas.

Anteriormente a qualquer aplicação de técnicas estatísticas faz-se necessário testes estatísticos que permitem avaliar a adequação do conjunto de dados para aplicação das técnicas pretendidas. Em relação à análise fatorial, dois testes são fundamentais, sendo o Teste de esfericidade de Bartlett (BTS), de acordo com Jobson (1996) [16] e a medida de adequação da amostra (KMO), de acordo com Kaiser (1970) [17].

O Teste de Esfericidade de Bartlett (BTS) é um teste estatístico para verificação da presença de correlações significativas entre as variáveis. Assim este teste examina toda a matriz de correlação, verificando se existem correlações significantes suficientes no conjunto de dados. Uma vez que a análise fatorial identificará fatores comuns, que são provenientes do comportamento semelhante entre variáveis, a existência de correlações é requisito básico.

O teste BTS consiste na comparação entre a matriz de correlação das variáveis e a matriz identidade, sendo que a hipótese nula parte do pressuposto que a matriz de correlações é igual a matriz identidade, ou seja, não existe correlação suficiente. Posto isso, para a aplicação da técnica objetiva-se que a hipótese nula seja rejeitada.

Para quantificação da adequação da amostra é utilizado o coeficiente KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) proposto inicialmente por Kaiser (1970) [17], que analisará o conjunto de todas as variáveis, e o teste da matriz anti-imagem, MSA (*Measure of sampling Adequacy*) que analisará cada variável, indicando a adequação separadamente. O coeficiente KMO é dado pela Equação 3.

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} R_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} R_{ij}^2 + \sum_{i \neq j} Q_{ij}^2} \quad (3)$$

Onde R_{ij} é a correlação amostral entre as variáveis e Q_{ij}^2 é a correlação parcial. A correlação parcial entre duas variáveis é a correlação que existe entre elas quando todas as outras variáveis são consideradas constantes, ou seja, desconsidera-se a variabilidade [8]. Quando as correlações parciais são próximas de zero, o coeficiente KMO está próximo de 1. De acordo com Pereira, T.M. (2015) [9] a relação entre as faixas de KMO e a interpretação da adequabilidade da amostra é mostrada na Tabela 2.

Tabela 2 - Relação entre os valores de KMO/MSA e sua interpretação.

KMO/MSA	Interpretação
---------	---------------

0,80 – 1,00	Excelente
0,70 – 0,80	Ótimo
0,60 – 0,70	Bom
0,50 – 0,60	Regular
0,00 – 0,50	Insuficiente

Como consequência da definição do modelo e das suposições apresentadas, decorrem as seguintes propriedades:

- a) A matriz de cargas fatoriais L contém as covariâncias entre os fatores comuns e as variáveis observadas. De fato, observa-se, a Equação 4.

$$(\tilde{X} - \mu) \cdot F^t = (LF + \epsilon)F^t = LFF^t + \epsilon F^t \quad (4)$$

Assim, tem-se que,

$$\begin{aligned} Cov(\tilde{X}, F) &= E[(\tilde{X} - \mu)F^t] = E[LFF^t + \epsilon F^t] = E(LFF^t) + E(\epsilon F^t) \\ Cov(\tilde{X}, F) &= LE(FF^t) + E(\epsilon F^t) \\ Cov(\tilde{X}, F) &= L \times 1 + 0 \\ Cov(\tilde{X}, F) &= L \end{aligned}$$

Assim, esta equação indica que os termos l_{ij} da matriz de cargas L representam a covariância entre a variável X_i e o fator F_j .

- b) Observa-se a Equação 5.

$$(\tilde{X} - \mu)(\tilde{X} - \mu)^t = (LF + \epsilon)(LF + \epsilon)^t = LFF^tL^t + LF\epsilon^t + \epsilon F^tL^t + \epsilon\epsilon^t \quad (5)$$

Assim, tem-se que,

$$\begin{aligned} \Sigma &= E(\tilde{X} - \mu)(\tilde{X} - \mu)^t = E(LFF^tL^t + LF\epsilon^t + \epsilon F^tL^t + \epsilon\epsilon^t) \\ \Sigma &= E(LFF^tL^t) + E(LF\epsilon^t) + E(\epsilon F^tL^t) + E(\epsilon\epsilon^t) \\ \Sigma &= LE(FF^t)L^t + LE(F\epsilon^t) + E(\epsilon F^t)L^t + E(\epsilon\epsilon^t) \\ \Sigma &= LIL^t + L \times 0 + 0 \times L^t + \Psi \\ \Sigma &= LL^t + \Psi \end{aligned}$$

Essa relação estabelece que a matriz de covariâncias Σ admite uma decomposição como uma soma de duas matrizes: A primeira LL^t , é uma matriz simétrica de posto $m < p$. Esta matriz contém a parte comum ao conjunto de variáveis e depende das covariâncias entre as variáveis e os fatores; A segunda, Ψ , é uma matriz diagonal e contém a parte específica de cada variável ou especificidade.

Esta decomposição implica que as variâncias das variáveis observadas podem ser escritas pela Equação 6.

$$\sigma_{ii} = l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + \dots + l_{im}^2 + \Psi_i = \sum_{j=1}^m l_{ij}^2 + \Psi_i, \text{ para } i = 1, 2, \dots, p \quad (6)$$

Onde Ψ_i é a especificidade, ou seja, a variância específica de X_i . Ela expressa o quanto da variabilidade de X_i não é explicada pelo modelo. Assim o primeiro termo indica a soma dos efeitos dos fatores comuns (*comunalidade*) e o segundo, o efeito da “perturbação” (*especificidade*). Outra forma, amplamente adotada na literatura para a comunalidade está mostrada na Equação 7.

$$h_i^2 = \sum_{j=1}^m l_{ij}^2 \quad (7)$$

Onde h_i^2 é a comunalidade, ou seja, a variância comum de \tilde{X} . Ela expressa o quanto da variabilidade de X_i é explicada pelo modelo. Além disso, as covariâncias entre as variáveis X_i e X_j são dadas pela Equação 8.

$$\sigma_{ij} = l_{i1}l_{j1} + l_{i2}l_{j2} + \dots + l_{im}l_{jm}, \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, p \text{ e } i \neq j \quad (8)$$

- c) Se uma matriz L satisfaz a relação $\Sigma = LL^t + \Psi$, então existem infinitas matrizes L^* que também satisfazem essa relação. De fato, considere uma matriz ortogonal T , isto é $TT^t = T^tT = I$, qualquer. Seja $L^* = LT$, então, $L^*L^{*t} + \Psi = (LT)(LT)^t + \Psi = LTT^tL^t + \Psi = LIL^t + \Psi = \Sigma$.

De acordo com Pereira, T.M. (2015) [9] a utilização da matriz de covariância é restrita, uma vez que alguns métodos de estimação dos modelos fatoriais são muito sensíveis às diferenças de alta magnitude entre as variâncias. Posto isso, faz-se necessária a padronização das variáveis antes da análise fatorial. Assim, as covariâncias correspondem às correlações entre as variáveis e a decomposição dada pela relação $\Sigma = LL^t + \Psi$ deve ser feita sobre a matriz de correlações dos dados originais. Assim, ao realizar a análise sobre a matriz de correlações, tem-se as seguintes adaptações dos resultados: as cargas fatoriais são as correlações entre as variáveis originais e os fatores comuns; as comunalidades podem ser interpretadas como a proporção da variabilidade explicada pelos fatores.

A presente pesquisa aplicou o método das componentes principais para obtenção dos fatores, por se tratar do único método que utiliza a variância total do banco de dados. De acordo com Hair *et al.* (2009) [18], a obtenção dos fatores pelo método das componentes principais considera a variância total e deriva fatores que contêm pequenas proporções de variância única e, em alguns casos, variância de erro. Por se tratar de um problema com objetivo de seleção das variáveis mais significativas dentro do modelo, ou seja, buscar o mínimo de variáveis que explicam o máximo da variabilidade, o método das componentes principais é o ideal para obtenção dos fatores.

O tipo de rotação aplicada nesta pesquisa se trata de uma rotação ortogonal onde os fatores rotacionados continuarão a ser não correlacionados, com as comunalidades e especificidades das variáveis inalteradas. O critério utilizado é o Varimax, de acordo com Kaiser (1958) [19], que busca a melhor rotação do eixo, de modo que a nova matriz de cargas tenha maior número de coeficientes nulos.

A seleção do número de fatores foi feita pelo Critério de Kaiser, [17], com retenção dos fatores com autovalor superior a 1,0, o que garante que no mínimo, cada componente deve explicar a variância de pelo menos uma variável utilizada no modelo, uma vez que são variáveis padronizadas.

A otimização do modelo foi feita com base na interpretabilidade dos fatores e seleção de variáveis de acordo com a adequabilidade da variável (MSA) e explicação do modelo. A Figura 2 apresenta a metodologia utilizada durante a análise fatorial aplicada ao banco de dados estudado.

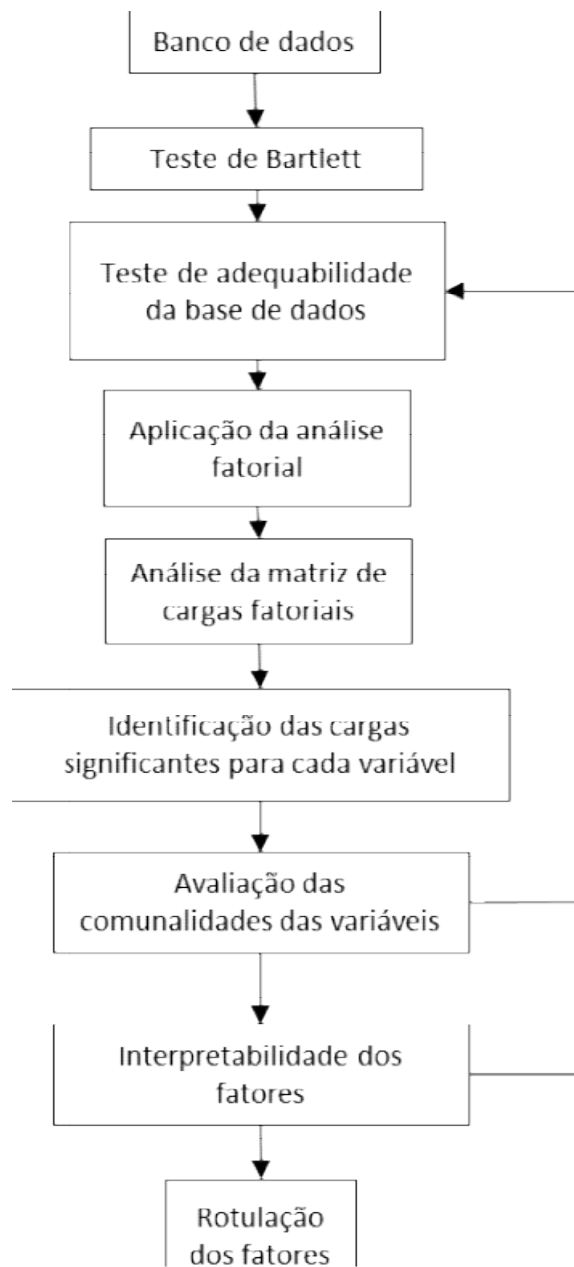


Figura 2 - Metodologia para avaliação da análise fatorial.

A partir da Figura 2 é possível compreender a metodologia de aplicação da análise fatorial, em todas as etapas. Os primeiros passos são a aplicação dos testes de Bartlett e adequabilidade da base de dados (KMO/MSA) que verificam se as variáveis estão adequadas para a análise. Uma vez verificada essa adequabilidade o passo seguinte é a construção do modelo, aplicação da análise fatorial propriamente dita. Com o modelo construído os próximos passos são a análise das cargas fatoriais, verificando a existência de cargas cruzadas e a identificação das cargas insignificantes, problemas que podem prejudicar a interpretação dos fatores. A existência de cargas insignificantes pode indicar a retirada da variável do modelo, porém, dever-se-á avaliar as comunalidades. A existência de cargas cruzadas deve direcionar a aplicação de um método de rotação para melhorar a interpretação. Em problemas reais é comum a existência de cargas cruzadas.

A avaliação das comunalidades permite visualizar as variáveis que mais e menos contribuem para o modelo de análise fatorial. Assim, a análise da comunalidade em conjunto com a interpretabilidade dos fatores podem direcionar a retirada ou inclusão de variáveis no modelo. Então, a partir da Figura 2 observa-se que o processo de construção da análise fatorial é um processo cíclico, a retirada ou inclusão de variáveis retorna a pesquisa para a

análise de adequabilidade da amostra e assim repete-se todo o processo até que tudo esteja justificado: adequação da amostra, cargas fatoriais significativas, comunalidades e interpretação dos fatores. Assim, se torna possível a rotulação dos fatores.

DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Análises preliminares

Uma técnica de reamostragem, denominada de Smote, foi aplicada ao banco de dados com objetivo de balancear as classes do maciço. A técnica de reamostragem reforça a aplicabilidade da metodologia independente da classe do maciço. Uma análise em parâmetros com apenas uma classe predominante de maciço rochoso pode enviesar o modelo fatorial, tornando o modelo não aplicável a classes com menor proporção amostral.

Assim a classificação RMR foi determinada para todo o banco de dados de acordo com Bieniawski, Z.T. (1973) (1989) [1] e [2], com o objetivo de mostrar que os parâmetros levantados abrangeram diferentes classes de maciço rochoso. A frequência das classes do banco de dados está apresentada na Figura 3.



Figura 3 - Gráfico de barras para a classificação RMR.

As análises preliminares foram realizadas para verificação da adequação do banco de dados a técnica proposta. O teste de esfericidade de Bartlett foi aplicado com objetivo de verificar a presença de correlações significativas suficientes entre as variáveis. A Tabela 3 apresenta o resultado do teste de esfericidade de Bartlett.

Tabela 3 - Resultados do teste de esfericidade de Bartlett.

Parâmetro estatístico	Valor
χ^2	10690
df	45
$p - valor$	$< 2,2 \times 10^{-16}$

Considerando o p-valor do teste de Bartlett, próximo de zero, assim têm-se que a matriz de correlações é diferente da matriz identidade. Posto isso, existe correlação suficiente entre variáveis para aplicação de técnica de análise fatorial. Neste ponto pode-se concluir que a amostra é adequada para aplicação da Análise Fatorial, ou seja, existem correlações significativas no banco de dados.

Análise Fatorial

A análise fatorial foi aplicada ao banco de dados com o objetivo de identificação de fatores comuns ao banco de dados relacionados à qualidade do maciço rochoso. Logo, foi ajustada uma análise fatorial de acordo com os objetivos da pesquisa, visando o princípio de interpretabilidade em conjunto com a adequabilidade e as comunalidades das variáveis.

Assim, o modelo final da análise fatorial foi obtido a partir da avaliação dos resultados do teste KMO/MSA, de acordo com Kaiser, H. (1970) [17], em seguida a verificação da comunalidade e especificidade de cada amostra, e ao final a avaliação da matriz de cargas fatoriais visando a interpretação dos fatores. Posto isso, as variáveis selecionadas para a análise fatorial foram a resistência da rocha intacta, presença de água e alteração do maciço rochoso e em relação as descontinuidades o espaçamento, abertura e persistência.

Os resultados do teste de adequabilidade da amostra apresentaram valores regulares a bons, KMO de 0,50 e MSA para cada variável apresentados na Tabela 4. Importante ressaltar que os resultados apresentados na Tabela 4 são os resultados otimizados da análise fatorial final, ou seja, as demais variáveis que não estão apresentadas na Tabela 4 apresentaram MSA com valor baixo, baixos valores de comunalidade e altos valores de especificidades. Assim, os resultados apresentados na Tabela 4 representam a melhor configuração da análise fatorial com a melhor interpretação e os melhores índices estatísticos, de acordo com o que recomendam em [8] e [9].

Tabela 4 - Resultados do KMO/MSA.

Variável	MSA	Interpretação
Resistência	0,50	Regular
Alteração	0,50	Regular
Espaçamento	0,60	Bom
Persistência	0,50	Regular
Abertura	0,60	Bom
Água	0,50	Regular

Os resultados do MSA são aceitáveis e mostram a adequação da amostra para a aplicação da análise fatorial. É importante notar que as variáveis selecionadas pelo modelo fatorial estão diretamente relacionadas à qualidade da massa rochosa. A rugosidade e o preenchimento das descontinuidades foram descartados porque o MSA foi menor que 0,50. São variáveis muito mais relacionadas à resistência da descontinuidade do que à qualidade do maciço rochoso, o que reforça a capacidade de previsão do modelo.

A determinação do número de fatores foi feita utilizando o critério de Kaiser, [17], resultando em três fatores. Nesse caso, os fatores selecionados são os que possuem autovalores maiores que 1, ou seja, são mantidos os fatores que podem explicar pelo menos a quantidade de variação de uma variável original padronizada. A Figura 4 apresenta o *screeplot* e a aplicação do critério de Kaiser, [17], na determinação do número de fatores.

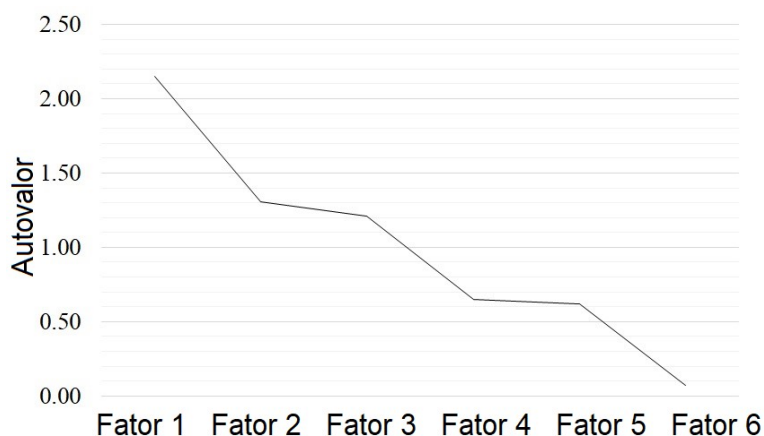


Figura 4 - *Screeplot* para aplicação do Critério de Kaiser 1958 [17].

A extração dos fatores foi realizada por meio das componentes principais com posterior rotação dos fatores pelo método ortogonal varimax, de acordo com Kaiser, H.F. (1958) [19].

Assim, a análise do modelo fatorial foi realizada nos valores das comunalidades e especificidades das variáveis, apresentadas na Tabela 5. Os altos valores de comunalidade retratam o poder de explicação do modelo em função de cada variável. Já a especificidade mostra o que o modelo não consegue explicar. Dentre os valores apresentados a variável abertura é a variável que o modelo explica em menor proporção, porém na interpretação dos fatores esta variável se encontra relacionada a presença de água no maciço, o que reflete um alto poder de interpretabilidade direcionando a permanência da variável no modelo.

Tabela 5 - Comunalidades e especificidades das variáveis.

Variável	Comunalidade	Especificidade
Resistência	0,95	0,05
Alteração	0,95	0,05
Espaçamento	0,77	0,23
Persistência	0,68	0,32
Abertura	0,50	0,50
Água	0,62	0,38

A rotação do modelo pelo método varimax, de acordo com [19], para melhor definição, interpretação, dos fatores está apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 - Matriz de cargas fatoriais rotacionada.

Variável	Fator 1	Fator 2	Fator 3
Resistência	0,973		
Alteração	-0,974		
Espaçamento	-0,164	0,291	0,809
Persistência	-0,136	0,502	-0,642
Abertura		-0,706	
Água		-0,776	

Os resultados obtidos pelas cargas fatoriais indicaram o Fator 1 com as variáveis resistência e alteração do maciço rochoso, Fator 3 com espaçamento e persistência, Fator 2 com água e abertura entre as descontinuidades. Todas variáveis diretamente relacionadas a qualidade em maciços rochosos.

Aplicando o princípio da interpretabilidade, tem-se no Fator 1, um fator relacionado com a competência da rocha, uma vez que nele estão contidas a resistência da rocha intacta e a alteração. Estes parâmetros estão relacionados uma vez que a alteração no maciço impacta diretamente a resistência deste. O Fator 3 apresenta relação direta com o grau de fraturamento do maciço rochoso, uma vez que nele estão contidas as variáveis espaçamento e persistência das descontinuidades. Por último, o Fator 2 está relacionado com as condições de percolação de água no maciço rochoso, uma vez que o fator contém as variáveis presença de água e abertura das descontinuidades. Assim, a Figura 5 apresenta a rotulação final dos fatores.

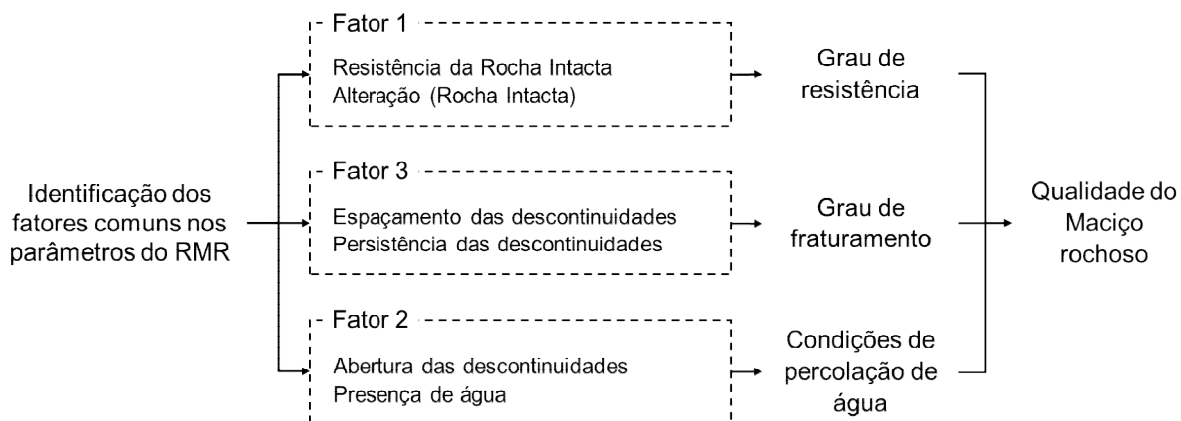


Figura 5 – Rotulação dos fatores comuns.

CONCLUSÃO

A análise fatorial se mostrou aplicável e eficaz para o problema proposto, uma vez que permitiu selecionar os parâmetros mais importantes para quantificar a qualidade do maciço rochoso baseado em princípios matemáticos e estatísticos. Foi possível aliar os resultados estatisticamente pertinentes com os princípios de interpretação. Posto isso, acredita-se que o presente trabalho contribui com soluções para limitações presentes nos sistemas de classificação de maciços rochosos, relacionadas aos parâmetros geomecânicos, tais como a incerteza na estimativa e julgamentos subjetivos.

A presente pesquisa apresentou resultados semelhantes àqueles apresentados por Santos *et al.* (2018) [10], onde também foram encontrados três fatores comuns, sendo o fator 1, rotulado de alterabilidade do maciço; o fator 2, rotulado de grau de fraturamento do maciço; e o fator 3, rotulado de fator de resistência. Para a presente pesquisa três fatores: fator 1, rotulado de grau de resistência; fator 2, rotulado de condições de percolação de água; e o fator 3, rotulado de grau de fraturamento. Dentre as duas pesquisas verifica-se a predominância de dois fatores em comuns que são o fator relacionado a resistência e o fator relacionado ao grau de fraturamento, que são fatores controladores da qualidade do maciço rochoso. A diferença está na relação dos fatores de alterabilidade de acordo com Santos *et al.* (2018) [10] e no fator de condição de percolação de água de acordo com a presente pesquisa. A diferença nos resultados está relacionada a forma de levantamento do banco de dados, no caso de Santos *et al.* (2018) [10] os parâmetros geotécnicos foram atribuídos aos taludes. Já no presente trabalho, o banco de dados disponível apresenta as variáveis determinadas em cada ponto do maciço, de coordenadas definidas, obtidas ao longo de taludes, o que torna esse banco mais acurado para o presente estudo em relação ao disponível no trabalho de Santos *et al.* (2018) [10].

Embora a matemática da metodologia proposta seja relativamente complexa, os resultados são de fácil interpretação além de apresentar boa aplicabilidade. O modelo abrange diferentes classes de maciço rochoso o que permite reforçar a confiabilidade do modelo fatorial proposto, além da possibilidade de otimização através do uso de bancos de dados mais amplos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bieniawski, Z.T. (1973) Engineering classification of jointed rock masses. Trans. S. African Instn. Civ. Engrs., vol. 15, no 12, p. 335 - 344.
- [2] Bieniawski, Z. T. (1989) Engineering rock mass classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil and petroleum engineering. John Wiley & Sons, New York, 251 p.

- [3] Barton, N.; Lien, R.; Lunde, J. (1974) Engineering classification of rock masses for the design of rock support. *Rock Mechanics* 6, 189-236.
- [4] Hoek, E. (1994) Strength of rock and rock masses. *ISRM New Journal* 2(2), 416.
- [5] Hoek, E.; Kaiser, P.K.; Bawden, W.F. (1995) Support of underground excavations in hard rock, Rotterdam: Balkema.
- [6] Pells, P.J.N.; Bertuzzi, R. (2007) Limitations of rock mass classification systems for tunnel support designs. *Tunnels Tunn Int*, 1-11.
- [7] Potvin, Y.; Dight, P.M.; Wesseloo, J. (2012) Some pitfalls and misuses of rock mass classification systems for mine design. *Journal- South African Institute of Mining and Metallurgy* 112, 697-702.
- [8] Mingoti, S.A. (2005) Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada. Editora UFMG. 295 p.
- [9] Pereira, T.M. (2015) Estatística Multivariada I – Uma Abordagem aplicada utilizando o software R. Departamento de Estatística – Universidade Federal de Ouro Preto. 256 p.
- [10] Santos, T.B.; Silveira, L.R.C.; Lana, M.S.; Martins, T.P. (2018) Evaluation of Geomechanical Parameters Through Factor Analysis. In: *International Symposium on Slope Stability in Open Pit Mining and Civil Engineering*, Sevilha.
- [11] Zare Naghadehi, M.; Jimenez, R.; Khalokakaie, R.; Jalali, S.M.E. (2011) A probabilistic system methodology to analyze the importance of factors affecting the stability of rock slopes. *Engineering Geology*, vol. 118, p. 82 - 92.
- [12] Hudson, J.A. (1992) *Rock Engineering Systems, Theory and Practice*. Ellis Horwood Ltd, Chichester.
- [13] Zare Naghadehi, M.; Jimenez, R.; Khalokakaie, R.; Jalali, S.M.E. (2013) A new open-pit mine slope instability index defined using the improved rock engineering systems approach. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 61, p. 1 - 14.
- [14] R Core Team. (2015) R: A language and environment for statistical computing; <https://www.r-project.org/>.
- [15] ISRM - International Society for Rock Mechanics. (1981) *Rock Characterization, Testing and Monitoring – ISRM Suggested methods*, Pergamon Press, Oxford, E.T. Brown (ed), p. 211.
- [16] Jobson, J. D. (1996) *Applied multivariate data analysis*. Vol 1 e II. New York: Springer Verlag.
- [17] Kaiser, H. (1970) A second generation Little Jiffy. *Psychometrika*, vol. 35, p. 401-415.
- [18] Hair, J.F.; Anderson, R.E.; Tatham, R.L.; Black, W.C. (2009) *Análise Multivariada de Dados*. Tradução de A. S. Sant'anna e A. Cloves Neto, 6.ed. Porto Alegre: Bookman, 593 p.
- [19] Kaiser, H.F. (1958) The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika*. Vol. 23, pp.187-200.